

## АННОТАЦИЯ

**диссертационной работы Касеновой Толкын Калмахановны  
на тему «Исследование связи теории узлов с моделями статистической  
механики», представленной на соискание ученой степени доктора  
философии (PhD) по специальности:  
«6D060400 Физика»**

### **Актуальность темы исследования**

Связь теории узлов и статистической механики стала популярной после того, как ученые выдвинули возможность завязывания воды в узлы вихревых потоков, которое имеет место в реальных физических объектах. Данная находка позволяет изучить модельную систему, что позволяет детально изучить независимое разрешение узлов в реальных физических процессах.

Актуальность диссертации состоит в том, что основные проблемы теории узлов остаются открытыми: попытки строгой классификации узлов все еще не решены, и еще неизвестно, имеют ли они вычислимо полную систему инвариантов; узлы используются как в чистой математике, так и в реальных физических, химических и биологических процессах и объектах.

Необходимость изучения связи теории узлов и моделей статистической механики:

во - первых, статистическая сумма зависит лишь от суммы по всем возможным состояниям энергетической функции спиновой модели. Это значит, что каждое состояние определяет спины всех вершин графа и тем самым энергию взаимодействий между ними. Чтобы вычислить статистическую сумму, нужно приписать каждому ребру графа экспоненту от энергии взаимодействия вершин, соединённых этим ребром. Этот процесс затем повторяется для всех возможных состояний;

во - вторых, энергетические функции моделей, удовлетворяющих соотношениям звезда-треугольник (и другим соотношениям, соответствующим другим ходам Рейдмейстера), дадут статистические суммы, также являющиеся инвариантами зацепления.

Существующие алгебраические структуры разрешимых решетчатых моделей, переформулированные как модель типа Изинга только с двухспиновым взаимодействием, недостаточно позволяют определить полный список инвариантов узла.

Начало развитию теории узлов положил великий английский физик Дж.Максвелл полагая, что волны взаимодействуют электромагнитным образом, а затем выдвинул еще более смелую идею: взаимодействующие частицы сами по себе являются волнами; но поскольку частицы (атомы) такие маленькие, а волны такие длинные, волновые атомы должны быть ограничены небольшой областью пространства: они представляют собой закодированные узлы, в которых хранится вся физическая и химическая информация о природе решетки атома. Данная теория требует решения ряда проблем связи спиновых моделей типа льда статистической механики с инвариантами узлов через теорию кос (braid) и конформной теории поля Весса-Зумино.

Таким образом, исследования вышеуказанных ученых позволяет рассматривать полиномиальные инварианты теории узлов, их структуры и особое значение для топологии и их взаимосвязи с математической физикой. Взаимосвязь с физикой начинается со связи между главными моделями для многочленов узлов и статистических функций. Эта взаимосвязь приводит к построению ряда инвариантов, выходящих за рамки оригинальных полиномов узлов. Также ключевой проблемой является вопрос о разграничении новых инвариантов.

Помимо этих и многих других применений теории узлов в топологии, её приложения включают также изучение особенностей плоских алгебраических кривых, а в многомерной ситуации - изолированных особенностей комплексных гиперповерхностей, гладкие структуры на сферах, конструирование динамических систем и слоений. Связь теории узлов и вершинных моделей статистической механики остается живой и загадочной. Основные вопросы до сегодняшнего дня открыты и наконец, считается, что ведущая роль теории узлов в статистической физике еще окончательно не определена.

**Целью работы** является исследование связи между инвариантами теории узлов и статистическими суммами в задачах статистической физики.

Для достижения этой цели необходимо решить **следующие задачи**:

1 Для десятивершинной модели статистической механики построить представления генераторов группы кос (braid), ведущих к вычислению инварианта узла  $b_1^5$ ;

2 Обобщить процедуру определения представлений генераторов группы кос (braid) из R-матрицы, связанной с трехчастичной вершинной моделью и вывести алгебраическую формулу инварианта узла.

3 Получить новые решения восьмивершинной и шестивершинной моделей статистической механики на квадратной решетке над алгеброй Грассмана с использованием уравнения тетраэдра являющегося трехмерным обобщением известного уравнения Янга-Бакстера;

4 Провести классификацию решений уравнения Янга-Бакстера для вершинных моделей и изучить их.

5 Разработать метод, обеспечивающий общий способ построения новых интегрируемых моделей с взаимодействием ближайших соседей. На основе интегрируемости определить точное значение собственного состояния матрицы через алгебраический анзац Бете;

6 Вычислить значения элементов десятивершинной модели статистической механики с полужелтым спином. Найти собственное состояние и собственное значение трансфер - матрицы, используя уравнение Янга - Бакстера.

**Объект исследования:** топологическая модель теории узлов и вершинные модели статистической механики.

**Предмет исследования:** связь трёхмерного представления узлов в топологической модели теории узлов с элементами квантовой матрицы монодромии (уравнения Янга-Бакстера).

**Методы исследования:** методы статистической физики, теории узлов, теории кос (braid) и теории групп.

**Научная новизна** работы заключается в том, что впервые разработана трехчастичная вершинная модель статистической механики и впервые вычислен инвариант узла  $5_2$ . Для шестивершинной и восьмивершинной моделей статистической физики получены новые решения трехмерного обобщения уравнения Янга-Бакстера. Впервые рассмотрена точно решаемая десятивершинная модель статистической механики и найден соответствующий полином узла.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. При условии фермионно-бозонного взаимодействия с применением SU (2) теории Черна-Саймонса гамильтониан трехчастичной вершинной модели статистической механики выражается через полином Джонса теории узлов.

2. При периодических граничных условиях с доменными стенками генераторы, подчиняющиеся принципу исключения Паули, порождают новые решения уравнения Замолотчикова в восьмивершинной и шестивершинной интегрируемых моделях статистической механики в трехмерном пространстве.

3. В условиях асимметризации с использованием предела спектральных параметров  $R$  - матричных элементов статсумма десятивершинной модели статистической механики описывается полиномом Джонса.

**Теоретическая и практическая значимость работы**

Диссертационная работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы для изучения зацеплений, теории графов и кос (braid), и объяснения семейства вершинных моделей для кристаллических решеток с водородными связями, также в качестве моделей некоторых кристаллов сегнетоэлектрика и антисегнетоэлектрика. Конечный итог этой работы позволит определить физические свойства и набор параметров, описывающие кристаллические решетки металлов и минералов в термодинамическом пределе. Также в дальнейшем могут быть использованы для изучения строения узлов, используемых в биологии, статистической механике, квантовой теории поля и химии.

Также результаты диссертационной работы могут быть применены в учебном процессе для чтения элективных курсов бакалаврам, магистрантам и докторантам специальности «Физика».

**Достоверность и обоснованность полученных результатов** подтверждается публикациями в рецензируемых научных журналах и участием в международных конференциях. Достигнутые научные результаты хорошо согласуются с существующими работами других зарубежных авторов в этой области.

**Личный вклад автора.**

Автор участвовала в определении цели работы и постановке задач исследования, активно принимала участие в обсуждении результатов диссертации и написании статей. Автор принимал участие в обсуждении полученных результатов диссертационных исследований и формулировке

выводов. Опубликованные по результатам диссертации научные статьи написаны в соавторстве с научным руководителем.

**Апробация итогов диссертационной работы.** Результаты, полученные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на:

- 8th International Conference on Mathematical Modeling in Physical Science Journal of Physics: Conference Series. Eight-vertex model over Grassmann algebra. - 2019. - № 1391, 012035. IOP Publishing. doi 10.1088/1742-6596/1391/1/0120351.

- XIV Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование – 2019». Точное решение для восьмивершинной спиновой модели. -2019. - Секция 1. - С. 272-276.

- XVI Международной научной конференции студентов, магистрантов и молодых ученых «ЛОМОНОСОВ - 2020». Тезисы докладов 1 часть. - 2020. - С. 29-30.

- Proceedings of the IV International Conference "ASTROPHYSICS, GRAVITY AND COSMOLOGY". Application Grassmann algebra for a vertex model. - 2019. - С.47.

Кроме того, полученные результаты докладывались и обсуждались на научных семинарах кафедры Общей и теоретической физики ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, на семинарах Евразийского международного центра теоретической физики и семинарах департамента физики Калифорнийского государственного университета, Фресно.

**Публикации.** По материалам диссертационной работы опубликовано 8 научных работ в казахстанских и зарубежных журналах, из них: 1 статья в зарубежном журнале с высоким импакт-фактором, входящий в базу данных Web of Science и Scopus; 3 статьи в периодических изданиях, рекомендованных Комитетом по контролю в сфере образования и науки МОН РК, в том числе 1 статья в цитируемом журнале в базе данных Web of Science и Scopus (Corresponing author); 1 статья в зарубежной международной конференции, входящая в базу данных Web of Science и Scopus (Corresponing author); 2 статьи и 1 тезис в материалах международных конференций (Corresponing author).

**Связь темы диссертации с планами научных работ.** Работа выполнялась в соответствии с планами научно-исследовательских работ по проекту – «Исследование некоторых проблем астрофизики и космологии в рамках эйнштейновской и неэйнштейновской теорий гравитации». Годы реализации проекта - 01.01.2018 - 01.01.2020. ИРН проекта BR05236277.

Руководитель проекта ИРН № AP14972644 «Исследование связи точно решаемых вершинных моделей статистической механики с инвариантами узла» на грантовое финансирование фундаментальных и прикладных научных исследований молодых ученых – постдокторантов по проекту «Жас ғалым» на 2022-2024 годы по приоритетным направлениям развития науки.

**Объем и структура диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, 3 разделов, заключения и списка использованных источников. Объем диссертации составляет 94 страниц, содержит 1 рисунок и 2 таблицы, количество использованных источников - 161.